제4강의: 심리철학과 인지과학 연구

튜링 기계와 보편 컴퓨터(2005.3.25, 박정일)

* 타임(Times)지: "그토록 많은 사상과 기술적 진보가 현대의 컴퓨터를 창조하는 일에 기여했기 때문에, 현대 컴퓨터의 발명을 한 사람의 공로로 돌리는 것은 무모한 일이다. 그러나 자판을 두드리는 모든 사람들이 스프레드시트나 워드 프로세서 프로그램을 열 때, 튜링 기계의 화신인 기계에서 일하고 있다는 사실만은 확실하다." (1999년 3월 29일자 기사).

* 앨런 튜링(Alan Turing, 1912-1954) - 튜링 기계 - "a-machine" - "보편 기계"
automatic machine universal machine

* 20세기 초 수학의 위기 - 집합론의 역설

* 무모순성 증명 - 힐베르트(D. Hilbert) 프로그램

일관성 (consistent)

* 완전성 - 괴델의 완전성 정리와 불완전성 정리

(1931년)

"유한의 과정에서
"유한의 방법으로
(finitary?)
finite

* 명제 논리 - 1차 논리 - 페아노 산술

<완전하다> <불완전하다>

오늘이 화요일이면 내일은 수요일이다.		$p \rightarrow q$
내일은 수요일이 아니다.		$\sim q$
그러므로 오늘은 화요일이 아니다.	∴	$\sim p$
모든 사람은 죽는다.		$(x)\ (Hx \rightarrow Mx)$
김구는 사람이다.		Hk
그러므로 김구는 죽는다.	∴	Mk

$(x)(X_k \rightarrow Y_k)$

* 힐베르트의 결정문제(Entscheidungsproblem): 1차 논리학의 기호법으로 씌어진 전제들과 결론이 주어졌을 때 일련의 공리와 추론규칙으로부터 그 결론이 전제에서 유도되는지를 결정하는 절차(알고리듬)를 찾는 문제.

* 튜링 기계(Turing Machine)

사람이 주목하고 있는 기호-읽어 들인 기호(scanned symbol) ← register
계산을 실행하는 사람의 마음 상태-기계 내부의 설정값들(상태들) ← 연산자 adder
기계의 작동:

읽어 들이고 있는 네모 칸에 있는 기호의 변경
왼쪽이나 오른쪽으로 한 칸을 옮기기
가능한 상태의 변경

계산이란?

* 5순서열(quintuples)

R a : b → S

기계가 상태 R에서 테이프 위의 기호 a를 읽어 들일 경우, 기계는 a를 b로 바꾸고, 오른쪽으로 한 칸 옮긴 다음, 상태 S로 바꾼다.

R a : b ← S

기계가 상태 R에서 테이프 위의 기호 a를 읽어 들일 경우, 기계는 a를 b로 바꾸고, 왼쪽으로 한 칸 옮긴 다음, 상태 S로 바꾼다.

R a : b ★ S

기계가 상태 R에서 테이프 위의 기호 a를 읽어 들일 경우, 기계는 a를 b로 바꾸고, 테이프 좌우로 움직이지 않고, 상태 S로 바꾼다.

빈칸

(예 1) Q □ : □ → Q

(예 2) Q 1 : 1 → Q ; Q 2 : 2 ← Q

(예 3) 어떤 자연수가 짝수인지 홀수인지를 검사하는 튜링 기계

Q 0 : □ → E	Q 2 : □ → E	Q 4 : □ → E	Q 6 : □ → E	Q 8 : □ → E
Q 1 : □ → O	Q 3 : □ → O	Q 5 : □ → O	Q 7 : □ → O	Q 9 : □ → O
E 0 : □ → E	E 2 : □ → E	E 4 : □ → E	E 6 : □ → E	E 8 : □ → E
E 1 : □ → O	E 3 : □ → O	E 5 : □ → O	E 7 : □ → O	E 9 : □ → O
O 0 : □ → E	O 2 : □ → E	O 4 : □ → E	O 6 : □ → E	O 8 : □ → E
O 1 : □ → O	O 3 : □ → O	O 5 : □ → O	O 7 : □ → O	O 9 : □ → O
E □ : 0 ★ F	O □ : 1 ★ F			

결과

Q ⇓ F ⇓

9	4	3	8	3

* 부호화(coding)

기호	표현	기호	표현
0	8008	□	8558
1	8018	→	616
2	8028	←	626
3	8038	★	636
4	8048	:	646
5	8058	;	77
6	8518		
7	8528		
8	8538		
9	8548		

E: 919　O: 929　F: 939　Q: 949

튜링머신마다 하나의 숫자로 이름 붙일 수 있음

* 멈춤 집합(halting set)

예1) 모든 자연수의 집합

예2)

* 칸토어(G. Cantor)의 대각선 방법

D: 어떤 튜링 기계의 멈춤 집합과도 다른 자연수의 집합.

* 해결 불가능한 문제: 주어진 자연수가 집합 D에 속하는지 결정하는 알고리듬을 찾아라.

(증명) 그러한 알고리듬이 존재한다면 입력값이 집합 D에 속하면 1을 인쇄하면서, 또 그렇지 않으면 0을 인쇄하면서 상태 F에서 멈추는 튜링 기계가 존재한다. 이제 이 튜링 기계에 다음의 두 순서열을 첨가하자.

F 0 : □ → F　그리고　F □ : □ → F

그렇게 되면 이 새로운 튜링 기계의 멈춤 집합은 정확히 D이며, 이는 모순이다. Q. E. D.

어떤 문제를 계산하는 알고리즘이 있는지 없는지